Билет 7

Модель Вальраса. Модель динамического равновесия вальрасовского типа, существование равновесных траекторий.

Много потребителей
Много производителей максимизируют прибыль (разница между выручкой и затратами)
Рынок товаров с совершенной конкуренцией
Замкнутая экономическая система (полученная производителями прибыль распределяется между потребителями)
Каждый участник в отдельности не влияет на цену

N типов товаров

L потребителей с функцией дохода $K(p) = (b^i, p) + I(p)$, где b^i начального запаса товаров и дополнительный дохода $I_i(p)$ и функцией спроса $\Phi_i(p)$.

M производителей, каждый имеет производственный процесс $(x, y) \in \Gamma$. Прибыль производителя $(y-x, p)$, *если p – вектор цен. Цель производителя максимизация прибыли:* $\langle y-x, p\rangle = \max\limits_{(x',y')\in\Gamma} \langle y'-x', p\rangle$. $y - x$ – *чистый выпуск*. $Y = \{y - x \mid x \in \mathbb{R}^n_+,\ y \in F(x)\}$ - технологическое множество. $\Psi(p) = \{y \in Y \mid \langle y, p\rangle = \max\limits_{y'\in Y} \langle y', p\rangle\}$ - функция предложения.
$X \subseteq \mathbb{R}^n_+$ каждый вектор $x \in X$ соответствует набору продуктов производства. Если $y \in Y$, $y \geq 0$, то $y = 0$ Условие отсутвия рога изобилия.

Назовем ***совокупным технологическим множеством*** сумму $Y = \sum_{k=1}^{m} Y_k$ и ***функцией совокупного предложения*** производственного сектора сумму $\Psi_0(p) = \sum_{k=1}^{m} \Psi_k(p)$.

Пусть $\bar{\Psi}_0(p) = \left\{ y \in Y \mid \langle y, p\rangle = \max\limits_{y'\in Y} \langle y', p\rangle \right\}$ – множество производственных процессов, оптимальных с точки зрения всего производственного сектора. Несложно показать, что производственные процессы, оптимальные с точки зрения всего производственного сектора, оптимальны и с точки зрения каждого производителя. Обратное также верно, т.е. выполнено равенство:

$$\bar{\Psi}_0(p) = \sum_{k=1}^{m} \Psi_k(p) = \Psi_0(p) .$$

Определение. Набор $\left(y_1^*, ..., y_m^*; x_1^*, ..., x_l^*; p^*\right)$ неотрицательных векторов называется конкурентным равновесием, если

$$y_k^* \in \Psi_k(p^*),\ k = 1, ..., m, \tag{3.2}$$

$$x_i^* \in \Phi_i(p^*),\ i = 1, ..., l, \tag{3.3}$$

и выполняются соотношения баланса спроса и предложения:

$$\sum_{k=1}^{m} y_k^* + \sum_{i=1}^{l} b^i \geq \sum_{i=1}^{l} x_i^* , \tag{3.4}$$

$$\left\langle p^*, \sum_{k=1}^{m} y_k^* + \sum_{i=1}^{l} b^i \right\rangle = \left\langle p^*, \sum_{i=1}^{l} x_i^* \right\rangle . \tag{3.5}$$

Определение. Вектор p^* называется вектором равновесных цен, многозначное отображение $\Phi(p)=\sum_{i=1}^{l}\Phi_i(p)$ – функцией совокупного спроса, отображение $\Psi(p)=b+\sum_{k=1}^{m}\Psi_k(p)$, где $b=\sum_{i=1}^{l}b^i$, – функцией совокупного предложения.

$$\langle p,x\rangle \le \langle p,y\rangle, \qquad x\in\Phi(p), \qquad y\in\Psi(p).$$

Закон Вальраса:

Определение. Набор (y^*,x^*,p^*) называется конкурентным равновесием если $x^*\in\Phi(p^*)$, $y^*\in\Psi(p^*)$, $x^*\le y^*$ и $\langle p^*,x^*\rangle=\langle p^*,y^*\rangle$.

Модель Эрроу-Дебре:

1. $K_i(p)=\langle p,b^i\rangle+\sum_{j=1}^{m}a_{ij}\langle p,y_j\rangle$, где b^i – начальный запас товаров, a_{ij} – доля доходов j-го производителя, которую получает i-й потребитель, $\sum_{i=1}^{l}a_{ij}=1$ для любого j, y_j – чистый выпуск j-го производителя. Таким образом, мы предполагаем, что капитал потребителя складывается из дохода от продажи начального запаса и участия в прибыли производителей.
2. Множество $X_i\subseteq\mathbb{R}^n_+$, на котором определена ф-ия полезности $u_i(x)$, выпукло, замкнуто и неограниченно. Если $\{x^k\}\in X_i$ и $x_j^k\underset{k\to\infty}{\to}\infty$, то $x_j^k\underset{k\to\infty}{\to}\infty$ для всех j.
3. Функция полезности $u_i(x)$ непрерывна и вогнута на X_i.
4. Для любого i найдется такой вектор $\bar{x}^i\in X_i$, что $\bar{x}^i<b^i$ (ненулевые начальные запасы всех товаров).
5. Потребитель ненасыщаем.
6. Множество чистых выпусков k-го производителя Y_k компактно и $0\in Y_k$, $k=1,...,m$.
7. Совокупное технологическое множество $Y=\sum_{k=1}^{m}Y_k$ выпукло.